

Graphes

1. Soit $G = (V, E)$ un graphe non-orienté. Soit $v = |V|$ et $e = |E|$. Vrai ou faux? Démontrer.
 - (a) Si $e \leq 3v - 6$, alors G est planaire.
 - (b) Si G est planaire, alors $e \leq 3v - 6$.
 - (c) Si G est planaire, alors V contient au moins un sommet de degré au plus 5.
 - (d) Si V contient au moins un sommet de degré au plus 5, alors G est planaire.
2. Dessiner K_n pour $1 \leq k \leq 10$.
3. Dessiner C_n pour $3 \leq k \leq 10$.
4. Dessiner $K_{m,n}$ pour $1 \leq m \leq n \leq 6$.
5. On a prouvé en classe que tout graphe planaire est 6-colorable. La preuve mène directement à un algorithme pour 6-colorer un graphe planaire. Décrire cet algorithme.
6. Montrer la trace de l'algorithme de la question 5 sur le graphe suivant (voir la figure 1).

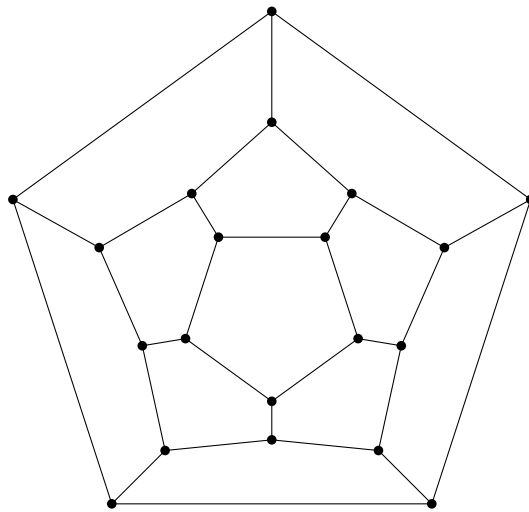


FIGURE 1 – Figure pour la question 6

7. Montrer la trace de l'algorithme de la question 5 sur le graphe suivant (voir la figure 2).
8. Pour quelles valeurs de n , est-ce que K_n est planaire? Démontré que votre réponse est correcte.
9. Pour quelles valeurs de n , est-ce que C_n est planaire? Démontré que votre réponse est correcte.

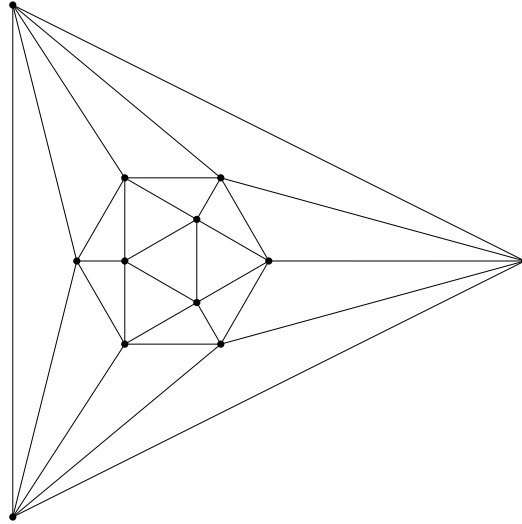


FIGURE 2 – Figure pour la question 7

10. Pour quelles valeurs de m et de n , est-ce que $K_{m,n}$ est planaire ? Démontrez que votre réponse est correcte.
11.
 - (a) Dessiner tous les graphes possibles avec au plus 5 sommets.
 - (b) Dessiner tous les graphes planaires possibles avec au plus 5 sommets.
 - (c) Dessiner tous les graphes connexes possibles avec au plus 5 sommets.
 - (d) Dessiner tous les graphes planaires connexes possibles avec au plus 5 sommets.
12. Parmi les graphes de la question 11, lesquels sont bipartites ?
13. Pour tout $n \geq 3$, trouver le nombre chromatique de C_n .
14. Pour tout $n \geq 1$, trouver le nombre chromatique de K_n .
15. Pour tout $1 \leq m \leq n$, trouver le nombre chromatique de $K_{m,n}$.
16. Pour quelles valeurs de n , est-ce que K_n admet un cycle eulérien ? Démontrez que votre réponse est correcte.
17. Pour quelles valeurs de n , est-ce que C_n admet un cycle eulérien ? Démontrez que votre réponse est correcte.
18. Pour quelles valeurs de m et de n , est-ce que $K_{m,n}$ admet un cycle eulérien ? Démontrez que votre réponse est correcte.
19. Pour quelles valeurs de n , est-ce que K_n admet un chemin eulérien (qui n'est pas un cycle) ? Démontrez que votre réponse est correcte.
20. Pour quelles valeurs de n , est-ce que C_n admet un chemin eulérien (qui n'est pas un cycle) ? Démontrez que votre réponse est correcte.
21. Pour quelles valeurs de m et de n , est-ce que $K_{m,n}$ admet un chemin eulérien (qui n'est pas un cycle) ? Démontrez que votre réponse est correcte.

22. Pour quelles valeurs de n , est-ce que K_n admet un cycle hamiltonien ? Démontrez que votre réponse est correcte.
23. Pour quelles valeurs de n , est-ce que C_n admet un cycle hamiltonien ? Démontrez que votre réponse est correcte.
24. Pour quelles valeurs de m et de n , est-ce que $K_{m,n}$ admet un cycle hamiltonien ? Démontrez que votre réponse est correcte.
25. Pour quelles valeurs de n , est-ce que K_n admet un chemin hamiltonien (qui n'est pas un cycle) ? Démontrez que votre réponse est correcte.
26. Pour quelles valeurs de n , est-ce que C_n admet un chemin hamiltonien (qui n'est pas un cycle) ? Démontrez que votre réponse est correcte.
27. Pour quelles valeurs de m et de n , est-ce que $K_{m,n}$ admet un chemin hamiltonien (qui n'est pas un cycle) ? Démontrez que votre réponse est correcte.
28. Pour tout $n \geq 3$, trouver la taille d'un matching maximum dans C_n .
29. Pour tout $n \geq 1$, trouver la taille d'un matching maximum dans K_n .
30. Pour tout $1 \leq m \leq n$, trouver la taille d'un matching maximum dans $K_{m,n}$.